

Com ho farem? Descripció d'un taller amb diverses activitats artístiques i matemàtiques per desenvolupar la creativitat en alumnes de primària

Queralt Viladevall Valdeperas

Professora de Multimèdia a la UOC i estudiant del Doctorat en Educació de la UdG
qviladevall@uoc.edu

Salvador Linares Mustarós

Professor de Matemàtiques de la UdG i membre de l'equip directiu
de la Càtedra de Joves Emprenedors de la UdG
salvador.linares@udg.edu

Joan Carles Ferrer Comalat

Professor de Matemàtiques de la UdG i màster en Didàctica de les Matemàtiques
joancarles.ferrer@udg.edu

Resum

Aquest treball presenta les diferents activitats d'un taller artístic i matemàtic que té com a objectiu l'exercici de la creativitat en el cicle inicial de primària. Per aconseguir aquest propòsit el taller està dividit en quatre parts. La primera està centrada en la lectura d'un conte. La segona presenta diversos exemples en situacions reals de cerca de solucions. La tercera consisteix a exercitar la creativitat personal mitjançant la cerca de múltiples solucions en activitats artístiques. La quarta consisteix a exercitar la creativitat personal mitjançant la cerca de múltiples maneres de solucionar activitats logicomatemàtiques.

Abstract

This article presents the different activities proposed in a mathematical art workshop aimed at exercising creativity in the initial cycle of primary school. To achieve this end, the workshop is divided into four parts. The first focuses on reading a story. The second presents several examples of finding solutions in real situations. The third is aimed at exercising personal creativity by finding multiple solutions in artistic activities. The fourth consists in exercising personal creativity by looking for multiple ways to solve logical-mathematical activities.

1. Introducció

Des de l'any 2018, promogut a través de l'Organització de les Nacions Unides, cada 21 d'abril se celebra de manera oficial el Dia Mundial de la Creativitat i la Innovació amb l'objectiu de fomentar idees originals per animar a pensar tenint en compte noves possibilitats i utilitzant vies de solució noves i creatives. Es tracta de promoure en àmbits diversos el pensament creatiu, que pot abastar la creativitat entesa tant des del punt de vista de la creació artística com des de la resolució de problemes. Amb aquest punt de partida com a objectiu, hem dissenyat i dut a la pràctica el taller que presentem en aquest article, amb la idea que, amb les modificacions que calgui, pugui inspirar i ser útil als ensenyants.

Tot i que la paraula creativitat suggereix interpretacions àmplies, segons alguns autors la creativitat és la capacitat de generar alguna cosa nova i, igual que qualsevol altra habilitat, es pot exercitar des que som petits (Medina *et al.*, 2017). Les investigacions en el camp de la creativitat suggereixen que aquesta és un potencial que tenen totes les persones i que el seu desenvolupament depèn de les oportunitats que ofereix el context (Elisondo *et al.*, 2012). Per això no es pot desaproveitar cap oportunitat amb la qual potenciar-la, sobretot si tenim en compte les necessitats actuals del món, on els avenços en ciència i tecnologia han fet que passem d'una societat de producció massiva d'objectes, a una de serveis i d'informació on el motor són les idees i la creativitat.

Exercitar la creativitat a través de la realització d'activitats artístiques és una opció popularment ben acceptada, ja que sempre s'ha associat el món artístic amb la creació d'obres. Contràriament, en matemàtiques la cerca de solucions de les seves activitats no sol ser percebuda com una tasca creativa, sinó mecànica, de seguiment d'uns processos específics segons el problema plantejat. Aquesta percepció és completament errònia perquè en la recerca de la solució a un problema sempre hi ha present una fase de creativitat (Hadamard, 1945; Polya, 1965). Conseqüentment, sembla raonable suggerir que per potenciar la creativitat sigui ideal que davant de qualsevol problema tinguem una actitud oberta envers la recerca de totes les possibles maneres de solucionar-lo.

Des del Departament d'Empresa de la Universitat de Girona es va iniciar un projecte dins del Programa Pilot de Suport a Iniciatives i Activitats en els àmbits de la Divulgació de la Recerca i del Compromís Social de la Universitat de Girona, consistent a crear un taller per a alumnes de primària que oferís treballar l'habilitat de la creativitat a partir d'activitats tant matemàtiques com artístiques, amb la idea que l'associació entre els dos mons permetés que la creativitat fos percebuda en les matemàtiques similarmet a com ho és en l'art. La intenció del present treball és mostrar amb deteniment cadascuna de les quatre parts del taller. La primera està centrada en la lectura d'un conte que fomenta la cerca de múltiples solucions. La segona presenta diversos exemples de situacions reals de cerca de solucions. La tercera consisteix a exercitar la creativitat personal mitjançant la cerca de múltiples solucions en activitats artístiques. La darrera consisteix a exercitar la creativitat personal mitjançant la cerca de diferents maneres de solucionar problemes logicomatemàtics. En aquesta part també es tenen en compte els exercicis que poden tenir maneres de solució disruptives obtingudes en modificar les regles implícites dels problemes plantejats. Finalment, el treball ofereix alguns consells derivats de la realització d'aquest taller en tres grups diferents d'alumnes del primer cicle de primària.

2. El taller, pas a pas

El taller s'inicia amb la lectura d'un conte que té per objectiu posar de manifest els avantatges que té trobar diferents vies de solució a un mateix problema. El conte *Com ho farem?*, adreçat a alumnes del cycle d'infantil i del primer cycle de primària, va ser escrit expressament amb aquest propòsit.¹ La història té com a línia argumental les diferents maneres de solució que plantegen un conjunt de personatges d'animals davant del repte comú d'assolir un raïm de plàtans situat a una altura considerable. A la figura 1 podem veure recollides algunes de les estratègies de solució assajades pels diversos protagonistes. La lliçó que il·lustra el conte és que al final els nens coprotagonistes, tot i haver estat els primers a descobrir els plàtans, es queden sense pel fet de no haver pensat en altres vies de solució més eficients, ja que han trigat massa a aplicar la seva proposta i altres animals se'ls han avançat amb maneres que ells també podrien haver dut a terme.



Figura 1. Imatges del conte *Com ho farem?* Il·lustracions de Queralt Viladevall.

La segona part de l'activitat té per objectiu mostrar que la creativitat pot estar associada a la idea d'assaig i error en la cerca d'una manera de solucionar un problema. Per aquesta raó es va crear la segona part de l'activitat, consistent a veure un conjunt de vídeos on es resolen, després de diversos intents, tot de problemes en situacions de la vida real. La gràcia d'aquesta

1. Per fer-ne una lectura completa i projectar-lo a l'aula, el conte es pot descarregar de l'adreça web <https://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/19568>.

part del taller és que les propostes de solució les troben diferents espècies d'animals no humans. Alguns exemples de vídeos que es poden projectar en aquesta part del taller es troben als enllaços següents:

- www.youtube.com/watch?v=nLsR3xj3d70
- (Orangutan i cacauet).
- www.youtube.com/watch?v=KLK4kh39Jwg (Corb i nou).
- www.youtube.com/watch?v=seRBI-LkoSE&t=166s (Porquet i pilota de golf).

En el primer enllaç, representat a la figura 2, s'observen diferents intents de solució, per part d'un grup de persones, per treure un cacauet del fons d'un tub de vidre llarg, prim i tancat pel fons. El tub està enganxat a la taula perquè no es pugui tombar i la taula està clavada a terra pel mateix motiu. El vídeo mostra múltiples intents infructuosos, com ara bufar, intentar arribar al cacauet directament amb els dits o intentar tombar el tub o la taula perquè el cacauet caigui. Finalment, un petit orangutan mostra una bona estratègia de solució: omplir-se la boca d'aigua i buidar-la al tub per tal que el cacauet suri i pugui agafar-lo amb els dits.

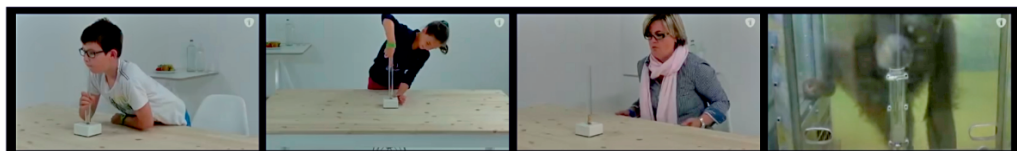


Figura 2. Escenes del primer vídeo sobre l'obtenció d'un cacauet.

El segon dels vídeos (figura 3) presenta les estratègies de solució d'un corb davant del problema de trencar una nou. Es mostra com intenta trencar-la llançant-la des de l'aire i com ho aconsegueix finalment deixant-la caure sobre una carretera perquè l'esclafin les rodes d'un cotxe quan hi passa per sobre. La part més divertida del vídeo és observar que el corb s'espera que el semàfor de vianants estigui verd per arribar a la nou trencada, per evitar ser atropellat pels cotxes que circulen per la carretera.



Figura 3. Escenes del segon vídeo, del corb que vol trencar una nou.

Finalment, el tercer vídeo (figura 4) mostra dues estratègies de solució que un porquet executa per introduir una pilota de golf dins d'un cercle de plàstic que imita el forat del *green*. En primer lloc, l'empeny amb el morro fins al forat, però per molt que ho intenta no aconsegueix fer pujar la pilota per la vora verda del plàstic. Aleshores agafa el plàstic amb la boca, l'aixeca per sobre de la pilota i el situa de tal manera que aconsegueix que la pilota hi quedi a dins. La solució innovadora que aporta el porquet ens mostra una manera molt creativa d'introduir la pilota al forat.

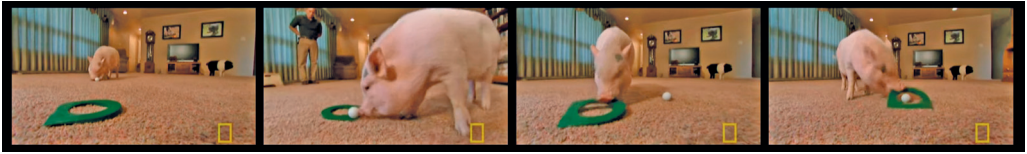


Figura 4. Escenes del tercer vídeo, del porquet que introdueix la pilota de golf al forat.

La tercera part del taller té per objectiu exercitar la creativitat mitjançant les tres tasques artístiques següents:

Tasca 1: completar il·lustracions

La primera tasca consisteix a completar il·lustracions a partir d'una figura geomètrica, com ara un cercle, una el·lipse, un quadrat o un triangle. Així, per exemple, a partir d'un cercle, els alumnes poden crear la cara d'un lleó, una roda o un sol. Aquesta tasca ajuda a introduir la idea en els alumnes que tota solució és correcta i que en creativitat totes les propostes de solució són benvingudes.

Tasca 2: endevinar el dibuix final

En la mateixa línia, la segona tasca consisteix a proposar als alumnes com acabarien una imatge que mostra un fragment d'una figura molt coneguda. Aquesta activitat segueix reforçant la idea que davant d'un problema pot haver-hi una gran quantitat de solucions diferents i que pot ser molt divertit intentar trobar-ne d'altres. A la figura 5 podem veure alguns exemples de figures per acabar. Si es desitgen més il·lustracions d'aquest estil, es pot escriure en el cercador el text «finish the picture».



Figura 5. Dibuixos que cal acabar. Il·lustracions de Queralt Viladevall.

Tasca 3: trobar animals ocults

La tercera tasca de l'activitat consisteix a trobar els animals ocults dins un paisatge. La figura 6 és un bon exemple d'imatge ideal per a aquesta activitat. Si es desitgen més il·lustracions d'aquest estil amb diversos animals amagats, es pot escriure en el cercador el text «hidden animals». Aquesta tasca consolida la idea que un problema no es pot considerar enllestit si no es mira de trobar totes les solucions possibles.

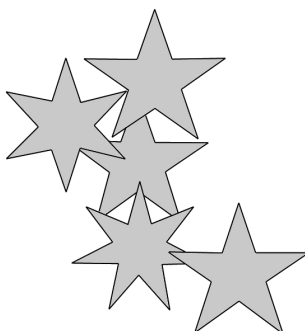


Figura 6. Animals ocults. Il·lustració de Queralt Viladevall.

Finalment, la quarta i darrera part del taller consisteix a treballar la creativitat a partir de trobar múltiples vies de solució a problemes de tipus logicomatemàtic. A la web es pot trobar un gran nombre d'exercicis per a aquest propòsit. Per exemple, els exercicis més senzills de les proves Cangur. Vegem a continuació tres exemples inspirats en exercicis de les proves Cangur de cinquè de primària.

Problema logicomatemàtic 1

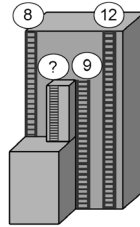
En el dibuix hi ha algunes estrelles de 5, 6 i 7 puntes. Quantes puntes tenen entre totes?



Observem que una primera manera de resoldre'l és comptar totes les puntes que s'intueixen que hi ha al dibuix. Una segona és veure que hi ha 3 estrelles de 5 puntes, una de 6 i una de 7, i aleshores fer $5 + 5 + 5 + 6 + 7$. Una tercera és treure 1 punta de la de 6 i 2 de la de 7. Aleshores tindrem 5 estrelles de 5 puntes i 3 puntes soltes. Per tant, tenen $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 3 = 28$ puntes.

Problema logicomatemàtic 2

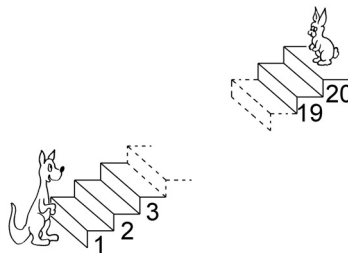
En aquest gratacel hi ha quatre escales de seguretat contra incendis. L'altura de les escales està marcada a la part superior de cadascuna d'elles. Quina és l'altura de l'escala marcada amb l'interrogant?



Una primera manera de resoldre aquest problema és restar la llargada de l'escala 9 a la 12 i després restar aquest valor obtingut a la 8. En aquest cas, tindríem $12 - 9 = 3$ i, aleshores, $8 - 3$ seria igual a 5. Una segona és treure a l'escala 12 la mida de l'escala 8. Aleshores, si a l'escala 9 li restem aquest valor, obtindríem l'altura de l'escala marcada amb l'interrogant. En aquest cas, tindríem $12 - 8 = 4$ i si a 9 li restem 4, obtenim també el valor 5. Finalment, una tercera manera de resoldre aquest exercici és sumar llargada de l'escala 8 i la de la 9. Com que en aquesta suma sumem l'alçada de l'interrogant dues vegades, tot el que ens passem de 12 és l'alçada cercada. En aquest cas, $8 + 9 = 17$ i observem que ens passem 5 de 12. Aleshores, l'alçada marcada és de 5.

Problema logicomatemàtic 3

El cangur puja 3 escalons cada vegada que el conill en baixa 2. En quin escaló es trobaran?



Una primera manera de resoldre el problema és anar trobant en quin escaló es troben els dos animals segon a segon.

	<i>Escaló on es troba el cangur</i>	<i>Escaló on es troba el conill</i>
1 segon	3	18
2 segons	6	16
3 segons	9	14
4 segon	12	12

Veiem que, passats quatre segons, tots dos animals es troben a l'escaló 12 i, per tant, és en aquest escaló on s'han trobat. Una segona manera és adonar-se que la suma de l'escaló on es troben els dos animals ha de complir que s'hi pugui arribar saltant de 3 en 3 i, a la vegada,

s'hi pugui arribar saltant de 2 en 2 (= ha de ser a la vegada un múltiple de 3 i de 2), i que, a més, ha de ser un nombre major de 10, ja que, com que el cangur va més ràpid que el conill, s'han de trobar passada la meitat, i menor de 18, ja que segur que triguen més d'un segon a trobar-se. La solució 12 compleix aquesta condició i, per tant, ha de ser la solució. Una tercera opció és adonar-se que tots dos animals cada segon s'apropen entre ells 5 escalons. Com que inicialment estan separats per 20 escalons, hauran de passar 4 segons per trobar-se.

Finalment, volem comentar que en aquesta part del taller és possible escollir exercicis amb solucions que podríem anomenar disruptives, en el sentit que trenquen el sistema de creences establert. A continuació detallarem tres exercicis més per acabar de comprendre l'essència d'aquest tipus de problemes.

Problema logicomatemàtic 4: unir nou punts amb 4 línies sense aixecar el llapis

La situació es pot presentar primerament mitjançant una imatge de quatre punts situats en forma de matriu 2×2 , com es veu a la imatge esquerra de la figura 7.



Figura 7. Presentació del problema dels quatre punts amb diferents possibles solucions.

En primer lloc, es pot demanar als alumnes que tracin quatre línies sense aixecar el llapis ni repetir recorregut de manera que tots els punts estiguin almenys en una de les línies. Un cop comprovat que és possible resoldre el problema i que hi ha diverses maneres de fer-ho, es presenta una nova imatge de nou punts situats en forma de matriu 3×3 , com la que es presenta a l'esquerra de la figura 8, i se'ls demana que tornin a traçar quatre línies sense aixecar el llapis ni repetir recorregut de manera que tots els punts estiguin almenys en una de les línies.

Com que aquest problema és complicat, si al cap d'una estona no hi ha propostes de solució es pot mostrar una solució gairebé acabada i esperar que els alumnes l'enllesteixin. Posteriorment ja se'ls farà veure que no passa res si se surt del quadrat imaginari format pels punts, ja que l'enunciat no diu que no es pugui sortir del quadrat. A la part dreta de la figura 8 es presenta un exemple de solució del problema. Lògicament, un cop trobada una solució és fàcil que n'apareguin més, si es comença per un altre punt.



Figura 8. Presentació del problema dels quatre punts amb una possible solució.

Problema logicomatemàtic 5: trobar un camí entre un punt de sortida i un d'arribada

La segona situació que s'ha de resoldre consisteix a crear un camí per a la formiga des de la posició de sortida, situat a la part inferior esquerra d'un laberint, fins a la posició d'arribada, representada amb plàtans. La figura 9 permet visualitzar la imatge del problema juntament amb una possible solució disruptiva.

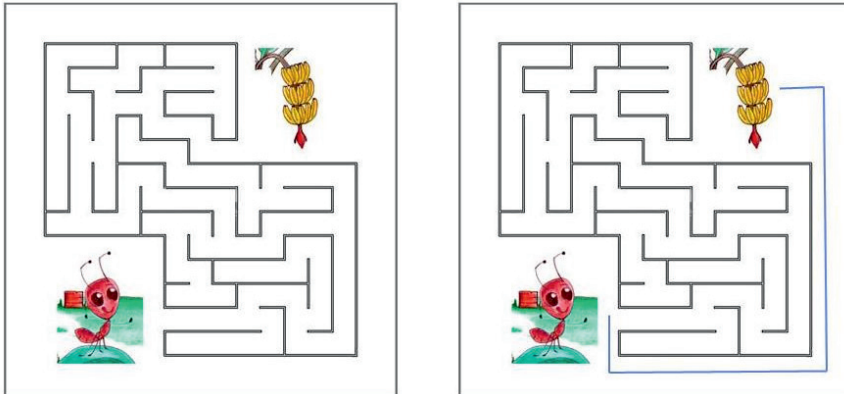


Figura 9. El recorregut fins als plàtans. Il·lustració de Queralt Viladevall.

Problema logicomatemàtic 6: trobar la solució per escapar del perill

En aquest supòsit es proposa una situació de la qual cal escapar-se. La figura 10 presenta la imatge de l'enunciat del problema. La figura suggereix que estem en una situació perillosa completament indefensos: penjats d'un arbre pels peus amb una corda. Una espelma està cremant la corda que ens lliga mentre un lleó espera per devorar-nos. Es demanen maneres possibles d'escapar-se d'aquesta situació. Aquí la creativitat pot esdevenir fonamental. Per exemple, algú pot imaginar que té una navalla a la butxaca amb la qual pot alliberar-se i després pujar a la branca per la corda. La solució disruptiva que es pot presentar és cantar *Per molts anys* al lleó perquè bufi l'espelma i així evitem caure al seu abast i que ens devori.

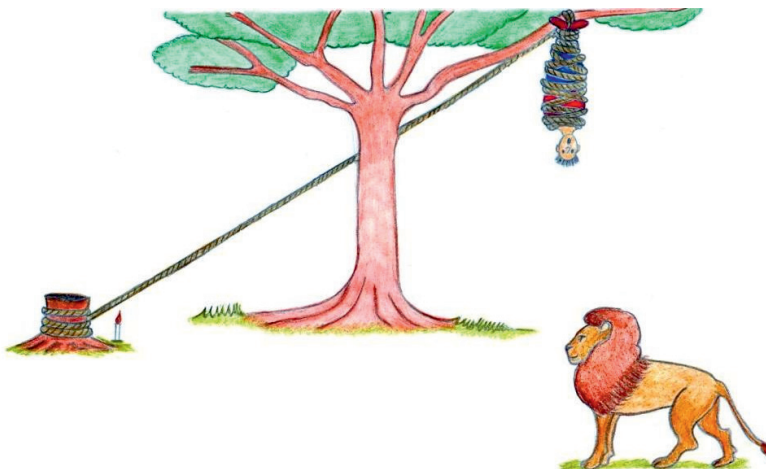


Figura 10. Atrapats i a punt de ser devorats. Il·lustració de Queralt Viladevall.

3. El taller a la pràctica. Encerts i errors

El taller *Com ho farem?* es va posar en pràctica durant la Setmana de la Ciència del 2018 a la Biblioteca Municipal Can Roscada, de Vilobí d'Onyar, amb alumnes de primer i segon de primària de l'Escola Josep Madrenys del mateix poble. Les figures 11 i 12 mostren l'ambient de treball. Tots els menors tenien unes pissarretes amb retoladors esborrables amb què van poder elaborar les seves pròpies propostes de solució. La realització del taller en un ambient de treball diferent del de les aules i amb materials de treball també diferents dels habituals va ser un encert, ja que va predisposar l'alumnat a percebre el tema del taller com una cosa excepcional que els va cridar l'atenció. Tots els alumnes van mostrar interès en totes les activitats i van proposar moltes solucions.



Figura 11. Alumnes fent tasques artístiques.



Figura 12. Alumnes fent tasques de tipus logicomatemàtic

Els resultats observats en cada part del taller van ser els següents:

- En la primera part de l'activitat es va evidenciar que els contes són un recurs excel·lent per introduir les activitats posteriors, ja que la implicació de l'alumnat va ser plena i satisfactòria i això anima a perseverar amb aquest recurs també a primària, seguint en la línia dels treballs de Saá (2002), Molina (2012), Alsina (2019) i López (2021).
- La introducció de vídeos de resolució de problemes també va ser un encert, ja que, a més de satisfer la curiositat dels assistents, va ajudar a fer més rica l'activitat perquè va presentar-se la temàtica del taller mitjançant diferents recursos, tal com aconsella Alsina (2010) amb la piràmide de l'educació matemàtica.
- El seguiment de les tasques artístiques va ser molt satisfactori. Tot l'alumnat es va abocar en tot moment a mostrar les seves propostes de solució i es va crear un clima de participació molt motivador, fet que testifica que l'educació artística és en aquestes edats una opció molt ben acceptada per tothom i que, per tant, es pot utilitzar per despertar interès en altres assignatures curriculars.
- Atès que només es va disposar de 45 minuts per fer el taller, es va decidir fer només els problemes logicomatemàtics 4, 5 i 6, ja que són els problemes que permeten introduir solucions disruptives. En totes tres sessions es va constatar un clar rebuig d'algunes de les propostes de solució disruptives plantejades, ja que els menors van mostrar reticències a trencar algunes normes implícites per tal d'acceptar les solucions proposades. Concretament, en el problema del laberint, alguns alumnes van considerar que el camí directe sense passar per dins del laberint no era una resposta vàlida perquè no complia la «norma» de fer una tasca de tipus laberint. Quan se'ls va recordar que en cap moment no s'havia dit que s'havia de passar pel laberint, no es va acceptar aquesta explicació i majoritàriament van seguir considerant que el camí de la solució havia d'entrar-hi. De manera similar, en el problema del lleó, quan se'ls va proposar la solució de cantar *Per molts anys* al lleó perquè aquest bufés l'espelma a fi que s'apagués i així no caiguéssim a terra i fóssim devorats, una bona part de l'alumnat no va considerar-la vàlida, tot i comentar que ningú havia dit que el lleó fos real i que podíem estar en un relat de dibuixos animats on aquestes coses passen.

4. Conclusions i darrers consells

Malgrat els problemes trobats en la darrera part del taller, creiem que se n'ha de mantenir l'estructura inicial tot i que cal fer modificacions lleugeres però necessàries en algunes de les parts. Les nostres propostes s'exposen a continuació.

En primer lloc, proposem seguir en la seva totalitat la primera part del taller, ja que la lectura del conte permet presentar de manera amena la temàtica de la sessió a l'alumnat, relaxar l'ambient i crear un context molt favorable per al treball posterior.

En segon lloc, proposem continuar amb el visionament dels vídeos, ja que agrada i sorprèn els participants i defineix perfectament la idea que tothom posseeix la capacitat de raonar per trobar la solució d'un problema i que no rendir-se és essencial per a aquest fi, emprant exemples d'aplicació real que mostren que fins i tot els animals són tenaços cercant la solució a problemes que en un primer moment no acaben de trobar.

En tercer lloc, aconsellem seguir amb les tasques artístiques, ja que són seguides per tots els alumnes de manera apassionada, atès que els fan sentir protagonistes dels seus dibuixos i això fa que es mostrin ansiosos de captar l'atenció dels monitors del taller per ensenyar-los-els, fet que els anima a passar a la següent part del taller i a rebre la part més matemàtica amb il·lusió. Recordem que és en aquestes edats quan en alguns casos es comença a tenir una manca de predisposició envers l'assignatura de matemàtiques. Tots els esforços per evitar aquesta tendència han de ser benvinguts.

En quart lloc, aconsellem mantenir la darrera part de l'activitat però vigilant-ne certs aspectes. Si a la part artística no hi ha solucions disruptives, és millor no posar-ne a la part matemàtica, per tal que no es percebin els exercicis de la part matemàtica com a més complicats que els de la part artística. En el cas que realment es vulgui treballar exercicis logicomatemàtics disruptius, s'aconsella, a més de dedicar com a mínim una hora de temps al taller, introduir també activitats disruptives en problemes artístics, com, per exemple, algun exercici relacionat amb com els cubistes van introduir diferents perspectives en les seves obres per captar millor la realitat, o com Dalí va introduir escenes surrealistes impossibles de creure, com ara la dels elefants amb potes fines, per representar el món dels somnis. Això permetria crear de nou una simetria respecte al nivell dels exercicis de la part artística i la part matemàtica.

Finalment, en cas que es faci algun dels tres problemes disruptius proposats en aquest treball, es recomana fer canvis en la presentació de les tasques del laberint i del problema d'escapar-se de ser devorat pel lleó. En primer lloc, es proposa modificar els dos dibuixos de presentació per facilitar encara més la cerca de solucions; en segon lloc, modificar la forma dels dibuixos per tal de ser coherents amb la proposta de Piaget (1983) de les fases de moralitat en els nens, que suggereix que cap als set anys els nens consideren les regles del joc sagrades i es neguen a canviar-les. En aquesta direcció, recomanem que per aconseguir que les solucions dels dos problemes siguin considerades vàlides per tot l'alumnat, es tinguin també en compte altres normes associades a les tasques que s'han de realitzar per tal que les solucions disruptives no representin un conflicte moral per a l'alumnat. Per tot això es pot, per exemple, evitar esmentar la paraula laberint en la tasca del laberint, en demanar que trobin tots els possibles camins que portin la formiga fins als plàtans, i separar una mica el dibuix del laberint dels punts de sortida i final, per allunyar-se una mica de les imatges habituals dels laberints. També recomanem que el lleó de la tasca del parany estigui a peu dret, a la manera humana, o vestit com una persona, per tal que sembli més una situació d'una pel·lícula de dibuixos animats, ja que en aquest context les normes morals dels menors no prohibeixen que el lleó entengui els personatges i pugui fer accions pròpies dels humans. En les figures 13 i 14 deixem dos exemples de possibles imatges relacionades amb aquestes dues darreres tasques per tal de facilitar la comprensió de totes les idees proposades.

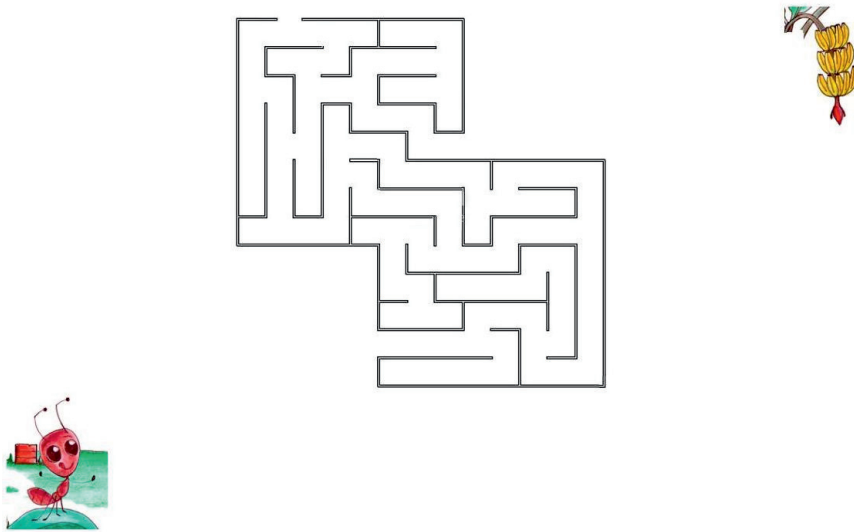


Figura 13. Nova il·lustració del problema de trobar camins entre dos punts. Il·lustració de Queralt Viladevall.



Figura 14. Nova il·lustració del problema del lleó. Il·lustració de Queralt Viladevall.

Agraïments

Aquest treball ha estat possible gràcies al Programa Pilot de Suport a Iniciatives i Activitats en els àmbits de la Divulgació de la Recerca i del Compromís Social de la Universitat de Girona.

Els autors també volen agrair a la Fundació Mona l'atenció rebuda durant el curs d'estiu Intel·ligència i cognició de primats, que aquesta entitat imparteix a la seva seu de Riudellots de la Selva, a prop de Girona. Sense cap mena de dubte, el contingut del curs i les agra-

dables converses sobre intel·ligència animal mantingudes durant els descansos amb Miquel Llorente Espino, director del màster en Primatologia coorganitzat per la Fundació Mona i la Fundació Universitat de Girona: Innovació i Formació, van resultar essencials per aconseguir unes activitats més fidedignes.

Finalment, els autors agraeixen la col·laboració de la Biblioteca Municipal Can Roscada, de Vilobí d'Onyar, de l'Escola Josep Madrenys, de la mateixa localitat, i de la Fundació Catalana de la Recerca i la Innovació (FCRI).

9. Referències

Alsina, À. (2010). «La «piràmide de la educació matemàtica»: una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemàtica». *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.

Alsina, À. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Graó.

Elisondo, R. C.; Danolo, D.; Rinaudo, M. C. (2012). «Espacios comunitarios cotidianos. El arte como oportunidad para ser, crear y transformar». *ASRI: Arte y Sociedad. Revista de Investigación*, 1, 21-9.

Hadamard, J. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Nova York: Princeton University Press.

López, P. (2021). *Taller: El cuento como recurso para trabajar las matemáticas*. www.youtube.com/watch?v=yexwMc24pyQ [consulta: 28 de desembre 2022]

Medina Sánchez, N.; Tejeda, V.; Míriam, E.; Alhuay-Quispe, J.; Aguirre Chávez, F. (2017). «La creatividad en los niños de prescolar, un reto de la educación contemporània». *REICE: Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 15(2), 1-29.

Molina, E. (2012). «Narración de un taller de resolución de problemas aritméticos con niños de 4 años». *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 63-79.

Piaget, J. (1983). *El criterio moral en el niño*. Barcelona: Fontanella.

Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Ciutat de Mèxic: Trillas.

Saá Rojo, M. D. (2002). *Las matemáticas de los cuentos y las canciones*. Madrid: EOS.



Els mons impossibles de M. C. Escher

Toni Sellarès

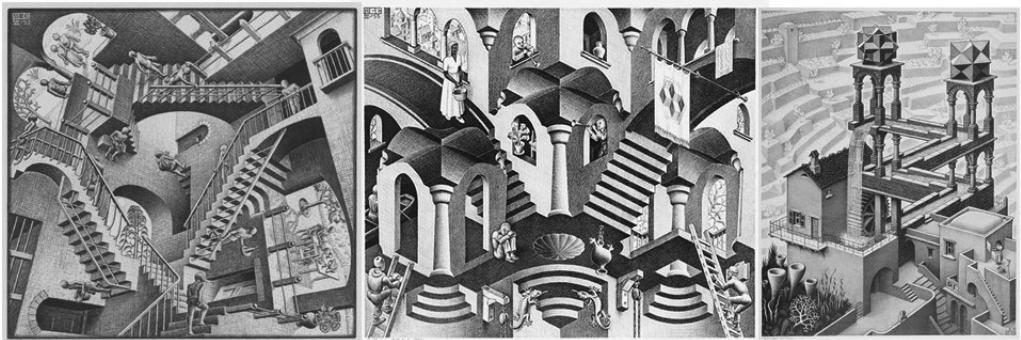
Professor jubilat del Departament d'Informàtica, Matemàtica Aplicada
i Estadística de la Universitat de Girona

Resum

Aquest article comença amb una breu introducció als conceptes de *perspectiva*, *imatge ambigua* i *objecte impossible*, que després es fan servir per analitzar tres de les obres de M. C. Escher que representen «mons impossibles»: *Relativitat*, *Convex i Còncav* i *Cascada*.

Abstract

This article begins with a brief introduction to the concepts of perspective, ambiguous image, and impossible object, which are then used to analyze three works by M. C. Escher representing "impossible worlds": Relativity, Convex and Concave and Waterfall.



Mons impossibles de M. C. Escher: *Relativitat* (1953), *Convex i còncav* (1955) i *Cascada* (1961).

M. C. Escher va crear espais arquitectònics que a primera vista percebem com a reals però que quan els analitzem amb deteniment comprovem que són mons impossibles. Ho va poder fer gràcies a la seva habilitat artística, al domini de la perspectiva i al coneixement de les imatges ambigües i dels objectes impossibles. Podeu trobar una biografia d'Escher a [1] i la majoria de les seves obres a [2].

Aquest article està estructurat en quatre apartats que, des del punt de vista de la geometria, ajuden a entendre la manera com Escher va dissenyar els seus mons impossibles: «Imatges